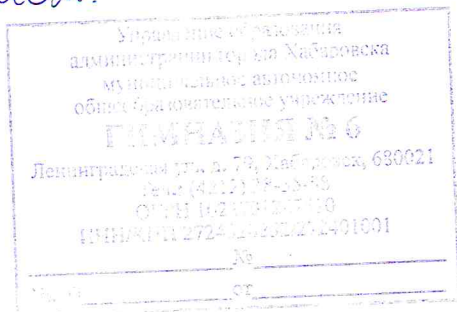
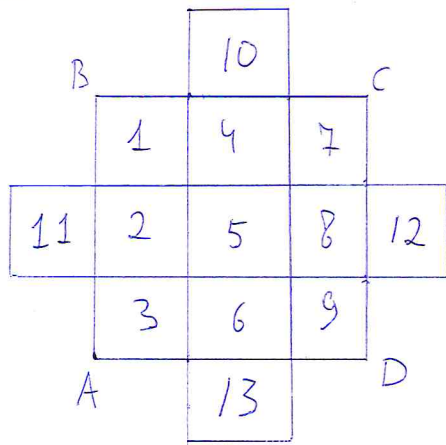


1. Мельников Сергей Олегович 11 класс
мст.



№5



1. пронумеруем все клетки от 1 до 13
рассмотрим квадрат ABCD,
сумма его клеток:

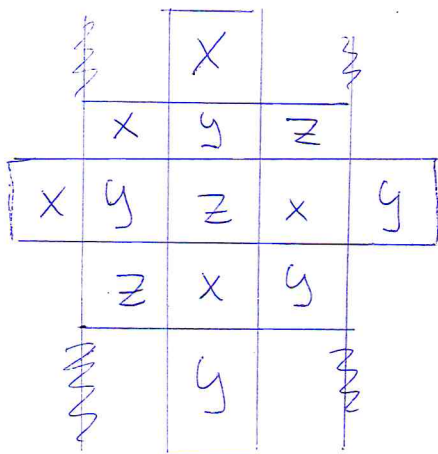
$$k.1 + k.2 + \dots + k.9 = 3,$$

потому что по условию сумма клеток
в каждом 3-х клеточном прямоугольнике
такая же, как и в клетках равна 1 (по условию),
т.е. прямоугольник из клеток 1, 2, 3 ;

4, 5, 7 ; и 7, 8, 9 в сумме дают 3

2. так же известно, что сумма всех клеток равна 1, из
этого следует, что $k.10 + k.11 + k.12 + k.13 = -2$

3. для решения необходимо три числа x, y и z ,
расставим их следующим образом:



так, чтобы в любом прямоугольнике
была сумма: $x + y + z$,
тогда из пунктов 1 и 2 необходи-
мо выполнение условий:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

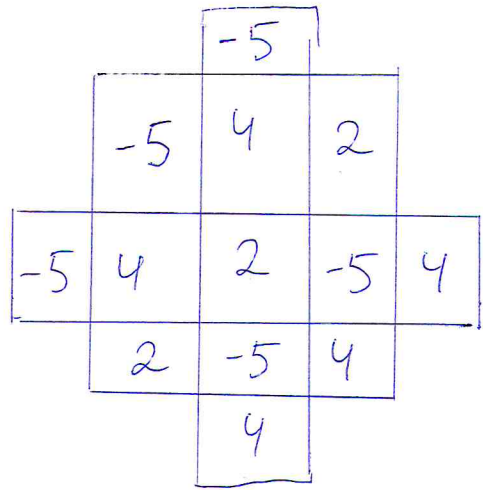
4. для примера возьмем числа:

$$x = -5, y = 4 \text{ и } z = 2$$

и подставим их по

полученной схеме:

не трудно заметить, что все условия выполняются.



75

1

$$1. x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = (x+y)(x^2 + y^2 + 2xy - 2xy - xy) = (x+y)((x+y)^2 - 3xy) =$$

$$= (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

если $x+y=5$, то

$$x^3 + y^3 = 5^3 - 3 \cdot 5xy = 125 - 15xy$$

2.

$$x+y+x^2y+y^2x=24$$

$$x+y+xy(x+y)=24$$

$$5 + xy \cdot 5 = 24, \text{ т.к. } x+y=5$$

$$5xy = \frac{24-5}{5} \Leftrightarrow 15xy = 19$$

3. если $x+y=5$ и $15xy=19$, то

$$x^3 + y^3 = 125 - 19 = 106$$

1

2

1 2 3 2019

$$9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9 \dots 9}_{2019 \text{ цифр}}$$

2019 цифр

1.

1

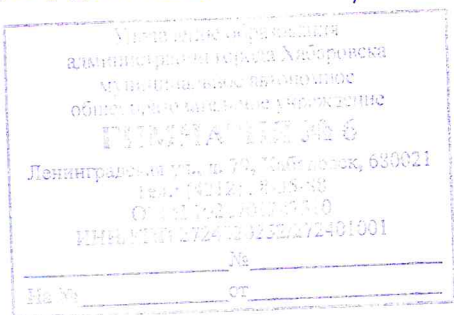
т.к. количество цифр соответствует

порядковому номеру слагаемого, то можно

сделать вывод, что всего слагаемых 2019

2) Мемников Сергей Сергеевич. 11 класс

ист.



2.

прибавим к каждому слагаемому по 1, тогда каждая сумма будет представлять в виде целой степени числа 10, тогда выполняемое равенство:

$$9 + 99 + \dots + 9 \dots 9 = 10 + 100 + 1000 + \dots + 10^{2019} - 2019$$

t

$$t = \underbrace{11 \dots 1 \cdot 10}_{2019 \text{ ед.}} - 2019 = \underbrace{11 \dots 1 \cdot 10^5}_{2015 \text{ ед.}} + 11110 - 2019$$

$$11110 - 2019 = 9091$$

тогда $t = 11 \dots 1 \cdot 10^5 + 9091$

3.

десятичная запись числа:

$$9 + 99 + \dots + 9 \dots 9 = \underbrace{10^{2019} + 10^{2018} + \dots + 10^5}_a + \underbrace{9000 + 90 + 1}_b$$

Слагаемое a имеет 2015 единиц в записи
слагаемое b одну

\Rightarrow общее число единиц. = 2016

7.

№3

Дано: - $\sigma_{\text{куб}} = \sigma_{\text{теп.}}$

- куб со стороной ребром a

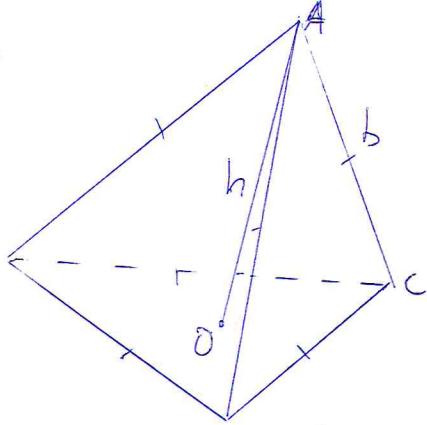
- прав. тетраэдр со стороной b

Решение:

1. $\sigma_{\text{куб}} = a^3$

$$S_{\text{верх.}} = 6 \cdot S_{\text{гран.}} = 6a^2$$

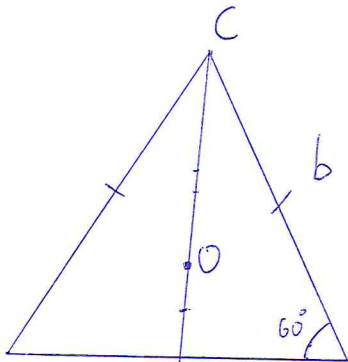
2.



$AO = h$ - высота тетраэдра

т.к. тетра. правильные - все его грани
прав. треугольники

тогда основание высоты - O - это центр описанной окружности. основание



$CO = b \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{2}{3}$, т.к. медиана делится
в отношении 2:1

$$CO = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

в таком случае $h = \sqrt{AC^2 - CO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{1}{3}b^2} = b \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

тогда:

$$\sigma_{\text{тетра.}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\text{осн.}} = \frac{1}{3} \cdot b \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} = b^3 \frac{\sqrt{2}}{12}$$

и $S_{\text{верх. тетра.}} = S_{\text{осн.}} \cdot 4 = b^2 \sqrt{3}$

3.

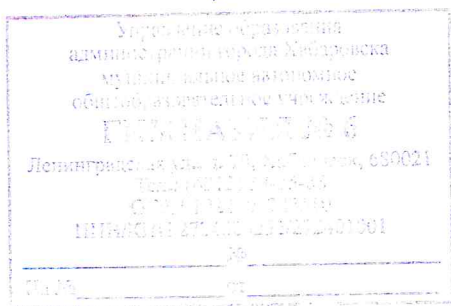
из условия:

$$a^3 = b^3 \frac{\sqrt{2}}{12}, \text{ тогда } \frac{b}{a} = \sqrt[3]{\frac{12}{\sqrt{2}}}$$

найти:

отношение
площадей поверхностей
фигур

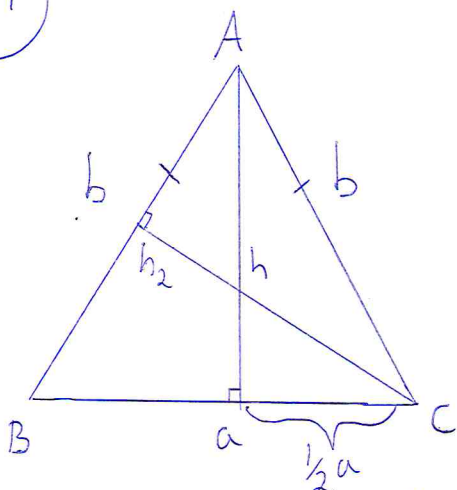
3.) мст Меньшиков Сергей 11 класс



$$\frac{S_{\text{куф}}}{S_{\text{темп}}} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{a^2 \cdot 6} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \sqrt[3]{\frac{144}{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \sqrt[3]{72} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt[3]{9} =$$

$$= \frac{3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 2}{6} = \frac{3^{\frac{7}{6}}}{3} = 3^{\frac{1}{6}}$$

4)



доказать выполнение
равенства $\sin \angle A = 2 \sin \angle B \cdot \cos \angle C$

1. рассмотрим равнобедренный треугольник ABC, с боковой стороной b и основанием a:

$$S_{ABC} = b \cdot \sin \angle B \cdot \frac{1}{2} \cdot a = ab \sin \angle B \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{и } S_{ABC} = b \cdot \sin \angle A \cdot b \cdot \frac{1}{2} = b^2 \cdot \sin \angle A \cdot \frac{1}{2}$$

2. приравняем две формулы:

45.

$$ab \cdot \sin \angle B \cdot \frac{1}{2} = b^2 \cdot \sin \angle A \cdot \frac{1}{2}$$

$$a \cdot \sin \angle B = b \cdot \sin \angle A \Leftrightarrow \frac{a}{b} \cdot \sin \angle B = \sin \angle A \quad (1)$$

т.к. ABC - равнобедр. , то высота h делит основание пополам, т.е

$$\cos \angle C = \frac{1}{2}a : b$$

подставим в уравнение (1):

$$2 \cdot \frac{\frac{1}{2}a}{b} \cdot \sin \angle B = \sin \angle A \quad \Leftrightarrow \quad 2 \cos \angle C \cdot \sin \angle B = \sin \angle A$$

т.е равенство выполняется, т.е.